

Дифференциальная геометрия и топология

1. Метрические пространства (аксиомы метрики, внутренние точки, открытый шар, открытое множество)
2. T_4 -топологические пространства (аксиомы отделимости, замкнутые множества, окрестность множества)
3. Определить связна ли множество Z =(целые числа) на числовой прямой?
4. Привести пример семейству компактных подмножеств топологического пространства, объединение которой некомпактно?
5. Дискретная метрика (определение, аксиомы)
6. Компактное множество (открытое покрытие, конечное покрытие)
7. Определить связна ли множество Q =(рациональные числа) на числовой прямой?
8. Каким должна быть множество U , чтобы множество $B = \overline{U} \setminus U$ была нигде неплотна в топологическом пространстве X ?
9. Топологические пространства (аксиомы топологии, объединение открытых множеств, пересечение)
10. Компактные пространства (компакт, открытое покрытие, конечное покрытие)
11. Определить связна ли множества I =(иррациональные числа) на числовой прямой?
12. В пространстве R^2 -гомеоморфна ли окружность и круг?
13. Тривиальная топология (аксиомы топологии, и открытые и замкнутые множества)
14. Паракompактные пространства (открытое покрытие, локальная конечность)
15. Множество N =(натуральные числа) связна ли на числовой прямой?
16. Доказать: непустое множество A - открыто $\Rightarrow \partial A = \emptyset$.
17. Дискретные топологические пространства (аксиомы топологии, и открытые и замкнутые множества)
18. Гомеоморфизм (непрерывные отображения, гомеоморфные пространства)
19. Множество $2Z$ =(четные числа) связна ли на числовой прямой?
20. В пространстве R^1 -гомеоморфна ли интервал и отрезок?
21. Сепарабельные топологические пространства (счетная, всюду плотная множества, примеры)
22. Несвязные множества (объединение открытых подмножеств, примеры)
23. Отрезок $[4,14]$ -связна ли на числовой прямой?
24. Дана метрические пространства (X, ρ) . Является ли метрикой функция: $\rho_1(x, y) = \frac{\rho(x, y)}{1 - \rho(x, y)}$?
25. Связные пространства (открытие подмножества, компонента связности)

26. Дифференцирование вектор-функции (бесконечно малые векторы, предел, свойства)
27. Пространство R^2 - гомеоморфная ли окружность и круг?
28. Линейно связные пространства (определение, компонента связности точек)
29. T_3 -топологическая пространства (четвертая аксиома отделимости, окрестности точек и множеств)
30. При каком условии топологическая пространства совпадает своей подмножеством, которая плотно везде?
31. Хаусдорфова пространства (третья аксиома отделимости, непересекающейся окрестности)
32. Гомотопия (непрерывные отображение, прямое произведение с отрезком, проекция)
33. T_1 -топологическая пространства (второе аксиома отделимости, внутренние точки, окрестности)
34. Сумма топологических пространства (замкнутые множество, сумма T_1 -пространства)
35. Произведение топологических пространства (прямое произведение множеств, определение топологии, примеры)
36. Производная вектор-функции (геометрическое значение производной, производная вектор-функции постоянной длины, постоянной направления)
37. Сумма непрерывных отображений (прямая сумма топологических пространства, прямая сумма отображений)
38. Первая аксиома счетности (окрестность точки, счетная база, примеры)
39. Произведения отображений (произведения пространств, диагональное произведение отображений)
40. Второе аксиома счетности (база и предбаза топологии)
41. Регулярная пространства (аксиомы отделимости, внутренняя точка, замкнутый шар, окрестность замкнутого множества)
42. Компактность в гомеоморфизме (сохранение компактности, теоремы)
43. Связность в гомеоморфизме (теоремы о сохранении связности)
44. Теория кривых (элементарная, гладкая, регулярные кривые, уравнения плоских кривых)
46. Операции над отображениями (семейство отображений, прямая сумма и сумма, произведение и диагональное произведение)
47. Вектор-функция (годограф, дифференцирование, свойства)
48. Антидискретная топологическая пространства (аксиома топологии, и открытые и замкнутые множества)
49. Способы задания кривых (явные и неявные уравнения, параметрическая, вектор-функциональные уравнения)
50. Компактные пространства (аксиома топологии, покрытие, конечное открытое покрытие)

51. Простые и особые точки кривой (одна касательная и нормаль, два и больше касательных)
52. Компактность евклидова пространства (замкнутые множества-компакт, компактность куба, отрезка)
53. Открытие и замкнутые множества топологическом пространстве (топология, внутренние точки, предельные точки)
54. Открытие и замкнутые множества метрическом пространстве (аксиома метрики, внутренние точки, открытый шар, открытие множество)
55. Связанность непрерывном отображение (непрерывные отображение, связанные множество, пространство)
56. Нормальная топологическая пространства (аксиомы отделимости, внутренние точки, замкнутые множество, окрестности)
57. Непрерывные отображение (непрерывна в точке, открытие, замкнутые отображение)
58. Для каких подмножеств топологической пространства (X, τ) выполняется соотношение $\partial(A \cup B) \subset \partial(A) \cup \partial(B)$?
59. Составить множество X из цифр мобильной. Принимая за топологии $\tau = \{X, \emptyset, \max(4 - \text{цифра})\}$, а за множества $A = \{\min(4 - \text{цифра})\}$ найти $\text{int}A$, $\text{ext}A$, ∂A , $\overline{A}$?
60. Привести примера замкнутым подмножествам конечной топологической пространства?
61. Дана метрическая пространства (X, ρ) . Определить будет ли метрика функция $\rho_1(x, y) = \frac{\rho(x, y)}{1 + \rho(x, y)}$?
62. Дано множество из шести точек $X = \{a, b, c, d, e, g\}$ и некоторое семейство $\tau = \{X; \emptyset; \{a\}; \{b\}; \{a, b\}; \{a, b, c\}; \{a, b, c, e\}; \{a, b, c, e, g\}\}$ его подмножеств. Является ли τ топологией в X ? В случае отрицательного ответа, постройте слабейшую из топологий на X и найти для подмножество $A = \{a, b, c, d\}$ - $\text{int} A$, $\text{ext}A$, ∂A , $\overline{A}$?
63. Найти компактную топологическую пространству состоящей из пяти элементов?
64. Для каких подмножеств топологической пространства (X, τ) выполняется соотношение $\partial(A \cup B) = \partial(A) \cup \partial(B)$?
65. Привести примера открытым подмножествам конечной топологической пространства?
66. Будет ли метрикой функция $\rho(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$ - в множестве непрерывных функции на $[0, 1]$?
67. Найти компактную топологическую пространству состоящей из четыре элемента?

68. Для каких подмножеств топологического пространства (X, τ) выполняется соотношение $A \cap \overline{B} \subset \overline{A \cap B}$?
69. При каком условии топологическая пространства совпадает своей подмножеством, которая плотно везде?
70. Доказать: отображение $f : X \rightarrow Y$ непрерывна $\Leftrightarrow \forall A \subset Y, f^{-1}(\text{int } A) \subset \text{int } f^{-1}(A)$
71. Найти компактную топологическую пространству состоящей из шести элемента?
72. Для каких подмножеств топологического пространства (X, τ) выполняется соотношение $A \cap \overline{B} = \overline{A \cap B}$?
73. Пространстве R^3 -гомеоморфная ли сфера и куб?
74. Найти производные вектор-функции одной действительной переменной t ? $\sqrt{[\vec{r}, \vec{r}']^2}$
75. Доказать: отображение $f : X \rightarrow Y$ непрерывна $\Leftrightarrow \forall A \subset Y, \overline{f^{-1}(A)} \subset f^{-1}(\overline{A})$.
78. Доказать: $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$
79. Найти связанная топологическая пространства состоящей из пяти элементов?
80. Для каких подмножеств топологического пространства (X, τ) выполняется соотношение $\partial(A \cup B) \supset \partial(A) \cup \partial(B)$?
81. Найти: $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = ?$
82. Найти связанная топологическая пространства состоящей из шести элементов?
83. Будет ли метрикой функция $\rho(f, g) = \int_{-3}^3 |f(x) - g(x)| dx$ - в множестве непрерывных функции в отрезке $[-3, 3]$?
84. Связанна ли отрезок $[a, b]$ -на числовой прямой?
85. Доказать: непустое множество A - замкнута $\Rightarrow \partial A = \emptyset$.
86. Связанна ли отрезок $[-4, 24]$ -на числовой прямой?
87. Каким должна быть множество U , чтобы множество $B = \overline{U} \setminus U$ была нигде неплотна топологическом пространстве X ?
88. Доказать: отображение $f : X \rightarrow Y$ непрерывна $\Leftrightarrow \forall A \subset Y, f^{-1}(\text{int } A) \subset \text{int } f^{-1}(A)$
89. Найти Хаусдорфова топологическая пространства состоящей из пяти элементов?
90. Гомеоморфная ли сфера и куб в пространстве $-R^3$?
91. Окружность радиуса 5 катится без скольжения по окружности радиуса 15, оставаясь вне ее. Составьте уравнения траектории точки M катящейся окружности.

92. Круг радиуса 10 катится по прямой без скольжения. Составьте уравнения траектории точки M , жестко связанной с кругом и находящейся на расстоянии 6 от его центра?

93. Гомеоморфна ли отрезки $[4,12]$ и $[22,38]$ -на числовой прямой, если да построит гомеоморфизм между ними?

94. Произвольный луч OT пересекает в точках K и T окружность $(x-8)^2 + y^2 = 64$ и касательную к ней, проходящую через точку H , диаметрально противоположную O . Через точки K и T проведены прямые, параллельные соответственно осям Ox и Oy , до пересечения в точке M . Составьте уравнение линии, образованной точками M .

95. Даны точки F_1 и F_2 , расстояние между которыми равно 16. Составьте уравнение плоской линии, состоящей из всех точек, произведение расстояний до двух данных точек постоянная, равная 100.

96. Доказать: множество A замкнуто $\Leftrightarrow \partial A \subset A$.

97. Составьте уравнение геометрического места точек плоскости, которое расстояние до двух точек $O(0;0)$ и $A(7;0)$ связана соотношением $|MA|=4|MO|+6$.

98. Прямая $y=16$ пересекает ось Oy в точке A , а произвольный луч OB - в точке B . На луче по обе стороны от точки B отложены отрезки $BM_1 = BM_2 = BA$. Напишите уравнение фигуры, состоящей из всех точек M_1, M_2 , при вращении луча вокруг O .

99. Привести пример T_1 -пространству, и не T_2 -пространства.

100. Длина отрезка $|PQ|=20$, своими концами скользит по осям прямоугольной системы координат. Прямые PT и QT , параллельные координатным осям, пересекаются в точке T , из которой проведен перпендикуляр TM к прямой PQ . Напишите уравнение фигуры, состоящей из точек M .